LES FONCTIONS AFFINES

1. DÉFINITION

Soient a et b deux nombres quelconques fixés.

La fonction affine de paramètres a et b est la fonction définie ainsi :

$$f(x) = ax + b$$

EXEMPLE:

$f(x) = 5x + 3$ est une fonction affine avec $a = 5$ et $b = 3$;

$g(x) = -5x - \frac{1}{3}$ est une fonction affine avec $a = -5$ et $b = -\frac{1}{3}$;

$h(x) = \frac{x}{6} + 1$ est une fonction affine avec $a = \frac{1}{6}$ et $b = 1$;

$k(x) = -7x$ est une fonction affine avec $a = -7$ et $b = 0$, elle est aussi **linéaire** ;

$l(x) = 2022$ est une fonction affine avec $a = 0$ et $b = 2022$, elle est **constante** ;

$p(x) = 7 - 8x$ est une fonction affine avec $a = -8$ et $b = 7$.

2. PROPRIÉTÉ

f une fonction affine de paramètres a et b.

L'image de zéro est égale à b, c'est-à-dire $f(0) = b$.

Sa représentation graphique est une droite passant par le point M(0; b).
C'est pourquoi on appellera b « ordonnée à l'origine ».

Si b = 0, la représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

En effet on retrouve une forme de fonction linéaire : $f(x) = ax$

REMARQUE

Pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine f, il suffit de connaître deux points pour tracer la droite. Voici comment obtenir ces deux points :

On calcule l'image de zéro, $f(0) = b$,
⇒ la droite passe par le point de coordonnées (0; b) ;

On calcule l'image d'un autre nombre $f(w)$,
⇒ la droite passe par le point de coordonnées $(w; f(w))$

EXEMPLES

Représentons graphiquement : $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = -x + 3$, $h(x) = \frac{x}{3} + 5$, $l(x) = 2x$ et $k(x) = -3$

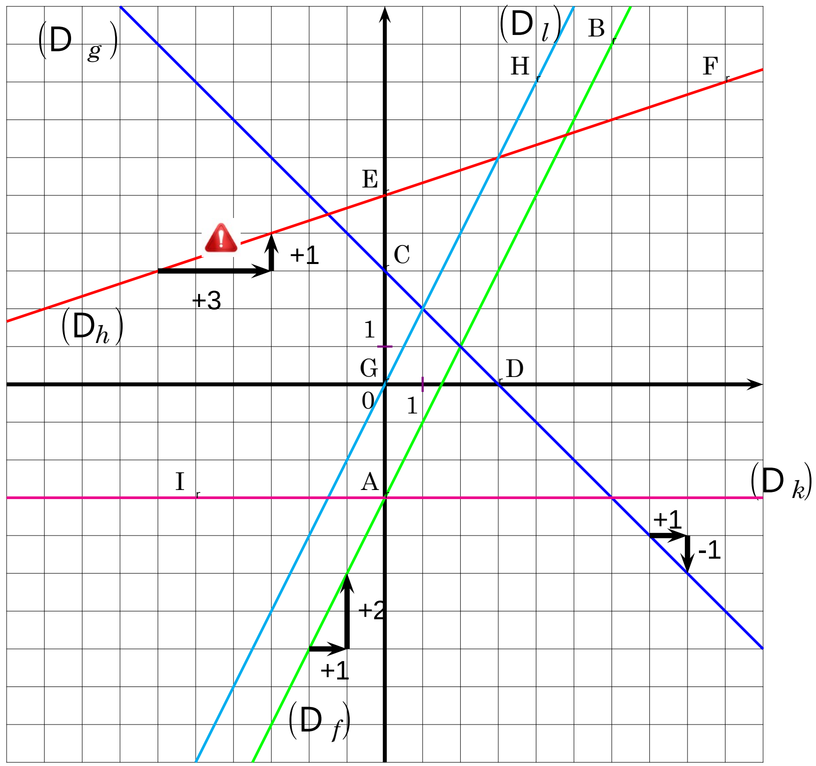
$f(0) = -3$ et $f(6) = 9$, la droite représentant f passe par A(0;−3) et B(6; 9) ;

$g(0) = 3$ et $g(3) = 0$, la droite représentant g passe par C(0; 3) et D(3; 0) ;

$h(0) = 5$ et $h(9) = 8$, la droite représentant h passe par E(0; 5) et F(9; 8) ;

$l(0) = 0$ et $l(4) = 8$, la droite représentant l passe par G(0; 0) et H(4; 8) ;

$k(0) = -3$ et $k(-5) = -3$, la droite représentant k passe par A(0;−3) et I(−5;−3).



INTERPRÉTATION GRAPHIQUE :

. L'ordonnée à l'origine b se lit à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées ;

. Le coefficient directeur a correspond à la **pente** de la droite :

— ce coefficient correspond à la variation des ordonnées entre deux points de la droite dont les abscisses varient d'une unité ;

— il est positif quand « la droite monte » ;

— il est négatif quand « la droite descend » ;

— il est nul quand « la droite est horizontale » ;

— deux droites parallèles ont le même coefficient directeur.

. Le point d'intersection des droites représentant deux fonctions f et g a pour abscisse la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.