

L'arithmétique est le domaine des mathématiques qui étudie les nombres entiers naturels, ainsi que leurs relations et propriétés, en lien avec quelques opérations élémentaires : addition (+), soustraction (-), multiplication (×), division (÷), voire puissance et racine ($\sqrt{}$). [\(définition wikipedia - extrait\)](#)

I. Divisibilité

I.1. Division euclidienne

Définitions Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver le quotient q et le reste r tels que : $a = b \times q + r$ et $0 \leq r < b$



Exemple : poser et effectuer la division euclidienne de 249 par 22



vérifier avec la calculatrice

I.2. Diviseur et Multiple

Définition Un nombre a est **divisible par** un nombre b lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est nul, c'est à dire lorsque le quotient de a par b est un nombre entier. On dit aussi que b est un diviseur de a.

Exemple : 18 est divisible par 6 car $18 = 6 \times 3 + 0$

On dit que 6 et 3 sont des diviseurs de 18 et que 18 est un multiple de 6 et de 3.



Citer 2 nombres qui ne sont pas des diviseurs de 18 :

Citer d'autres diviseurs de 18 :

Remarque : 1 est un diviseur de tout entier et chaque entier est divisible par lui-même.

Méthode : critères de divisibilité usuels (à connaître par coeur)

par 2,	si son chiffre des unités est pair
par 5,	si son chiffre des unités est 0 ou 5,
par 10,	si son chiffre des unités est 0,
par 3,	si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
par 9,	si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Applications :

60 est divisible par

| 792 est divisible par ...

I.3. Nombres premiers

Définition Un nombre est **premier** lorsqu'il possède très exactement 2 diviseurs : 1 et lui même.

Exemples : 2, 3, 5, 7, 11, ... Cette liste est infinie.

Remarque : 1 n'est pas premier car il ne possède qu'un seul diviseur : lui même.

Exercice :

- 12 est il premier ?
- Donner la liste des nombres premiers inférieurs à 100 (voir activité crible d'Ératosthène)

II. Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

Propriété : Tout nombre entier non premier est le produit de facteurs premiers.
Ce produit appelé « décomposition en facteurs premiers » est **UNIQUE** à l'ordre des facteurs près.

Exemple : $12 = 2 \times 2 \times 3$ (chaque facteur est un nombre premier !)

Méthode : Pour décomposer un « grand nombre » en produit de facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant.

Exemple : décomposer 252 en produit de facteurs premiers

- ✓ 252 est divisible par 2 donc $252 = 2 \times 126$
- ✓ 126 est divisible par 2 donc $252 = 2 \times 2 \times 63$
- ✓ 63 est divisible par 3 donc $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 21$
- ✓ 21 est divisible par 3 donc $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$
- ✓ 7 est premier donc la décomposition est terminée.

On obtient ainsi : $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

Est divisible par	
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
Stop 1	

Diviseurs premiers dans l'ordre croissant

III. Utilité de la décomposition en produit de facteurs premiers

III.1. déterminer la forme irréductible d'une fraction

Définition Une fraction est **irréductible** lorsque le numérateur et le dénominateur sont premiers entres eux, c'est à dire qu'ils n'ont que 1 comme diviseur commun.

Exemple : réduire au maximum la fraction $\frac{30}{252}$

On va décomposer numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers !

$$\frac{30}{252} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 3 \times 7} = \frac{5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{42}$$

III.2. Etablir une liste de diviseurs et résoudre des problèmes de partages de quantités entières

voir les travaux dirigés