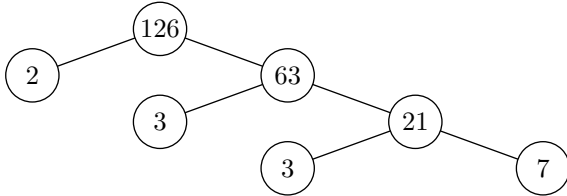


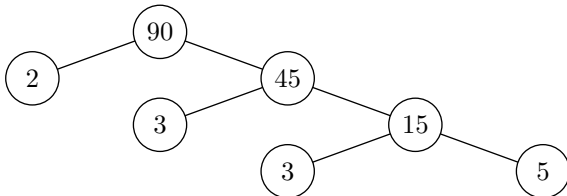
C.1

1 Déterminons les décompositions en produit de facteurs premiers :

$$\begin{aligned} 126 &= 2 \times 63 \\ &= 2 \times (3 \times 21) \\ &= 2 \times 3 \times 21 \\ &= 2 \times 3 \times (3 \times 7) \\ &= 2 \times 3^2 \times 7 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 90 &= 9 \times 10 \\ &= (3 \times 3) \times (2 \times 5) \\ &= 2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$



- 2 Le plus grand entier divisant ces deux nombres est 2×3^2 . L'ensemble des diviseurs communs aux nombres 126 et 90 : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18
- 3 Il peut créer, au maximum, 18 groupes qui contiendront chacun : 7 garçons ($126 \div 18$) ; 5 filles ($90 \div 18$).

C.2

1 On a les deux décompositions en produit de facteurs premiers :

$$\begin{aligned} 144 &= 2^4 \times 3^2 \\ 168 &= 2^3 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

- 2 Le plus grand diviseur de 144 et 168 :
- comprend les facteurs premiers communs à ces deux nombres : c'est-à-dire 2 et 3
 - les exposants seront les exposants minimaux rencontrés dans les décompositions de ces deux nombres.

On en déduit : $PGCD(144; 168) = 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$

- 3 Notons n le poids de chacun de ces sachets, a le nombre de sachets de gravier calcaire et b le nombre de sachets de gravier en marbre.

Sachant que l'entreprise veut utiliser l'intégralité de son gravier, on doit avoir :

$$n \times a = 144 ; n \times b = 168$$

On en déduit que l'entier n est un diviseur commun à 144 et 168.

Puisque l'entreprise veut que les sachets soient le plus gros possible, on en déduit que l'entier n doit être le plus grand diviseur commun à 144 et 168 :

$$n = PGCD(144; 168) = 24$$

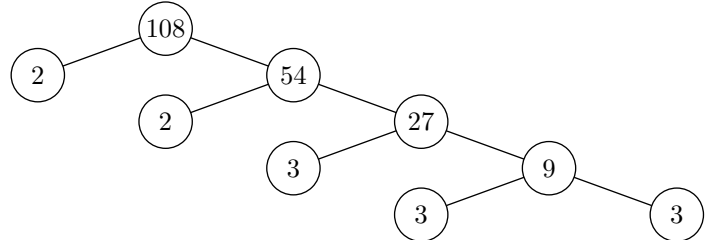
On en déduit :

- L'entreprise pourra constituer 6 sachets de gravier calcaire ($144 \div 24$),
- L'entreprise pourra constituer 7 sachets de gravier en marbre ($168 \div 24$).

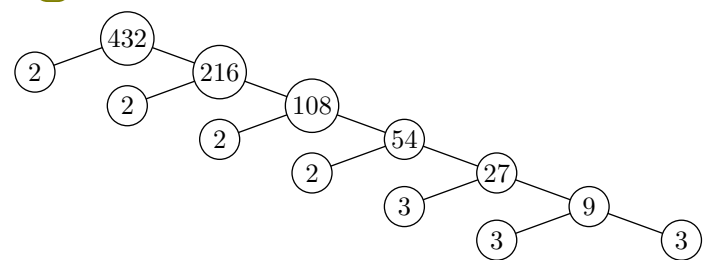
C.3

1 On a les décompositions suivantes :

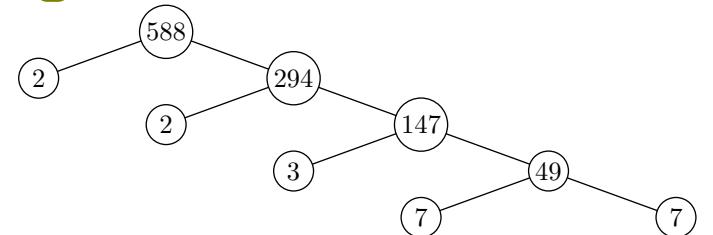
a $108 = 2^2 \times 3^3$



b $432 = 2^4 \times 3^3$



c $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$



2 On en déduit les simplifications suivantes :

a $\frac{108}{432} = \frac{2^2 \times 3^3}{2^4 \times 3^3} = \frac{3^0}{2^2} = \frac{1}{4}$

b $\frac{588}{108} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{2^2 \times 3^3} = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9}$

c $\frac{432}{588} = \frac{2^4 \times 3^3}{2^2 \times 3 \times 7^2} = \frac{2^2 \times 3^2}{7^2} = \frac{4 \times 9}{49} = \frac{36}{49}$

C.4

1 a Les cinq premiers multiples de l'entier 12 : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60

b Les cinq premiers multiples de l'entier 16 : 16 ; 32 ; 48 ; 64 ; 80

2 On en déduit : $PPCM(12; 16) = 48$

C.5

En faisant des tours complets de la roue $\mathcal{R}_1$, le nombre de dents parcourues sera un multiple de 12. Les dents étant identiques sur les deux roues, le nombre de dents parcourues sur la roue $\mathcal{R}_1$ sera équivalent au nombre de dents parcourues sur la roue $\mathcal{R}_2$.

Et pour que la roue $\mathcal{R}_2$ se retrouve dans sa position de départ, il faut aussi que le nombre de dents parcourues soit un multiple de 21.

Déterminons le multiple commun des entiers 12 et 21 :

- 12 admet pour décomposition en produit de facteurs premiers :
 $12 = 2^2 \times 3$
- 21 admet pour décomposition en produit de facteurs premiers :
 $21 = 3 \times 7$

On en déduit la décomposition en produit de facteurs du PPCM de 12 et 21 :

$$PPCM(12; 21) = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$$

Ainsi, il faut que 84 dents soient parcourues pour que les deux roues se trouvent dans la position de départ :

- La roue $\mathcal{R}_1$ a effectué 7 tours complets ($84 \div 12 = 7$),
- La roue $\mathcal{R}_2$ a effectué 4 tours complets ($84 \div 21 = 4$).