Proportionnalité

Cours – Tableaux de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en **multipliant** les valeurs de l'autre par un **même nombre non nul**, appelé **coefficient de proportionnalité**. On peut ranger ces valeurs dans un **tableau de proportionnalité**.

Exemple : au marché, les pommes sont vendues 2,50 € le kilogramme.

Masse de pommes (kg)	2	3	5	8
Prix payé (€)	5	7,5	12,5	20

↓ × 2,5

Le coefficient de proportionnalité est $\frac{5}{2}$ = 2,5 : c'est le prix d'un kilogramme (2,5 €/kg).

A. Compléter un tableau de proportionnalité

Situation : **2 kg de pommes coûtent 5 €.** Quatre méthodes permettent de trouver une valeur manquante. On choisit la plus adaptée aux nombres du tableau.

Méthode 1 – Utiliser le coefficient de proportionnalité

Masse (kg)	2	7	**12**
Prix (€)	5	**17,5**	30

↓ × 2,5

On calcule le coefficient : $k = \frac{5}{2} = 2{,}5$

1re ligne → 2e ligne : on **multiplie** par 2,5 ;
2e ligne → 1re ligne : on **divise** par 2,5.

$7 \times 2{,}5 = 17{,}5$

$30 \div 2{,}5 = 12$

Méthode 2 – Multiplier (ou diviser) une colonne par un nombre

		× 3	*÷ 2*
Masse (kg)	2	6	1
Prix (€)	5	**15**	**2,5**

Si on multiplie (ou divise) les nombres d'une colonne par un même nombre, on obtient une autre colonne du tableau.

6 = 3 × 2, donc : $3 \times 5 = 15$

1 = 2 ÷ 2, donc : $5 \div 2 = 2{,}5$

Méthode 3 – Additionner ou soustraire des colonnes

			2 + 3	*3 − 2*
Masse (kg)	2	3	5	1
Prix (€)	5	7,5	**12,5**	**2,5**

Si on additionne (ou soustrait) deux colonnes, on obtient une autre colonne du tableau.

5 = 2 + 3, donc : $5 + 7{,}5 = 12{,}5$

1 = 3 − 2, donc : $7{,}5 - 5 = 2{,}5$

Document disponible sur fbmaths16.fr / Licence Creative Commons CC BY-NC-SA

Méthode 4 – Calculer une quatrième proportionnelle (produit en croix)

Propriété : dans un tableau de proportionnalité, les **produits en croix** sont égaux.

1re ligne	a	c
2e ligne	b	d

Alors $a \times d = b \times c$

Si d est inconnu : $d = \frac{b \times c}{a}$

Masse (kg)	2	7
Prix (€)	5	**x**

On cherche le prix x de 7 kg de pommes.

Les produits en croix sont égaux :

$2 \times x = 7 \times 5$

$x = \frac{7 \times 5}{2}$

$x = \frac{35}{2}$

$x = 17{,}5$

7 kg de pommes coûtent 17,50 €.

Quelle méthode choisir ?

Je remarque que…	Méthode conseillée
le coefficient de proportionnalité est un nombre « simple » à trouver.	**Méthode 1**
une valeur connue est le double, le triple, la moitié… d'une autre.	**Méthode 2**
une valeur connue est la somme ou la différence de deux autres.	**Méthode 3**
les nombres ne sont pas « ronds » : je connais seulement une colonne complète.	**Méthode 4 (marche toujours)**

Une même valeur peut souvent se calculer de plusieurs façons : on choisit la plus rapide et la plus sûre.

B. Vérifier si un tableau est un tableau de proportionnalité

Un tableau est un tableau de proportionnalité si on passe de la 1re ligne à la 2e ligne en multipliant **toujours par le même nombre**.

Méthode 1 – Calculer les quotients (2e ligne ÷ 1re ligne)

Durée (h)	3	5	8
Distance (km)	4,5	7,5	12

$\frac{4{,}5}{3} = 1{,}5$; $\frac{7{,}5}{5} = 1{,}5$; $\frac{12}{8} = 1{,}5$

Tous les quotients sont égaux : c'est un tableau de proportionnalité, de coefficient 1,5.

Document disponible sur fbmaths16.fr / Licence Creative Commons CC BY-NC-SA

Méthode 2 – Comparer les produits en croix

Nombre de crêpes	6	9
Farine (g)	14	21

$6 \times 21 = 126$ $\quad$ $14 \times 9 = 126$

Les produits en croix sont égaux : c'est un tableau de proportionnalité.

Ici 14 ÷ 6 = 2,333… : le quotient n'est pas décimal.

Méthode 3 – Chercher un contre-exemple entre deux colonnes

		× 2
Âge (ans)	10	20
Taille (cm)	140	175

L'âge est multiplié par 2, mais pas la taille :

$2 \times 140 = 280$

et $280 \neq 175$: ce **n'est pas** un tableau de proportionnalité.

À retenir : pour prouver qu'un tableau **est** de proportionnalité, il faut vérifier **toutes** les colonnes. Pour prouver qu'il **n'est pas** de proportionnalité, **un seul contre-exemple** suffit.

Quelle méthode choisir ?

Je remarque que…	Méthode conseillée
les quotients sont des nombres décimaux simples à calculer.	**Méthode 1**
les quotients ne « tombent pas juste » (ex. 2,333…).	**Méthode 2**
une colonne est le double, la somme… d'autres colonnes, mais l'autre ligne ne suit pas.	**Méthode 3**

Remarque : dans un repère, une situation de proportionnalité est représentée par des **points alignés avec l'origine** du repère. Nous le retrouverons plus tard avec la fonction linéaire.

Document disponible sur fbmaths16.fr / Licence Creative Commons CC BY-NC-SA