Évaluer une aire

Cours — Aires et périmètres (2e partie)

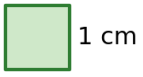
Partie 1 : unités de mesure des aires

1. Définitions

Définitions

La **surface** d'une figure est la portion de plan délimitée par une ligne fermée.

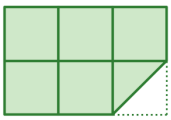
L'**aire** est une grandeur : c'est la **mesure de la surface**, exprimée dans une unité d'aire.



L'aire d'un carré de **1 cm de côté** est égale à **1 cm²** (« centimètre carré »).



Ce rectangle est formé de **deux carrés** de 1 cm de côté : son aire est égale à **2 cm²**.



Cette figure est formée de 5 carrés et d'un demi-carré : son aire est égale à **5,5 cm²**.

2. Évaluer l'aire d'une figure par comptage sur un quadrillage

Exemple 1 : l'unité d'aire est le **carreau**. Évaluer l'aire des figures 1 à 4.

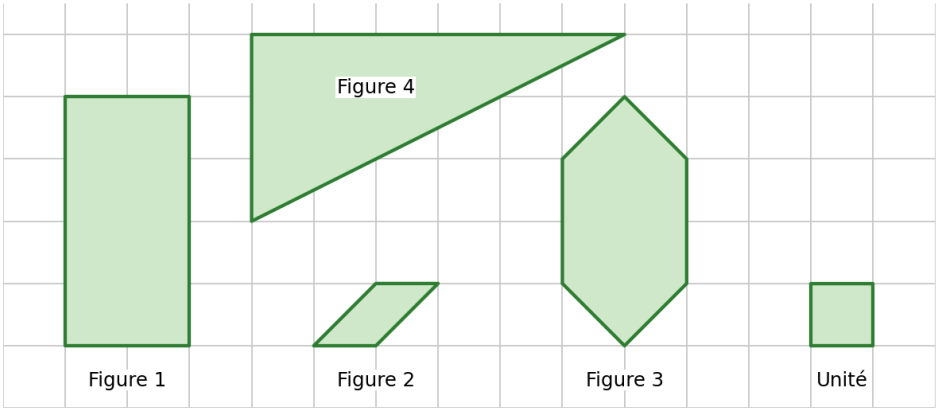


Figure 1 : rectangle de 2 carreaux sur 4 :

$\mathcal{A}_1 = 8$ carreaux

Figure 2 : deux demi-carreaux :

$2 \times \frac{1}{2}$

$= 1$

$\mathcal{A}_2 = 1$ carreau

Figure 3 : 4 carreaux et 4 demi-carreaux :

$4 + 4 \times \frac{1}{2}$

$= 4 + 2$

$= 6$

$\mathcal{A}_3 = 6$ carreaux

Figure 4 : triangle rectangle = la moitié d'un rectangle de 6 carreaux sur 3 :

$\frac{6 \times 3}{2}$

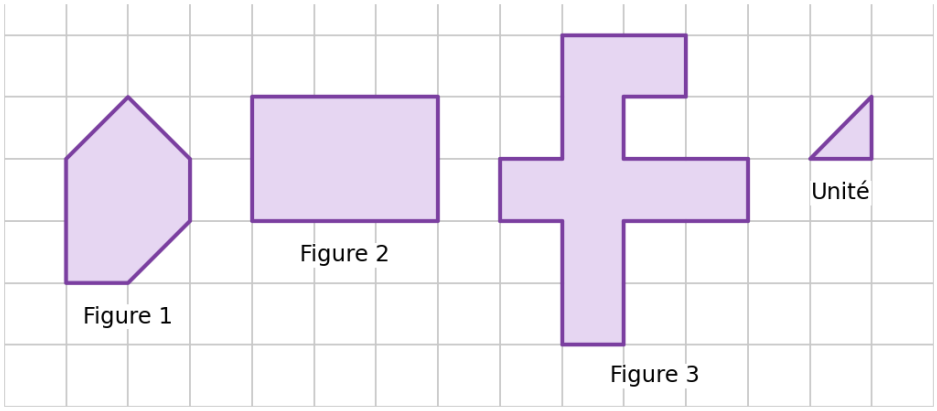
$= \frac{18}{2}$

$= 9$

$\mathcal{A}_4 = 9$ carreaux

Document disponible sur fbmaths16.fr / Licence Creative Commons CC BY-NC-SA

Exemple 2 : l'unité d'aire est le **triangle** (un demi-carreau). Évaluer l'aire de chacune des figures.



Dans un carreau, on compte **deux triangles**.

Figure 1 : 3 carreaux et 3 triangles :
$3 \times 2 + 3$
$= 6 + 3$
$= 9$
$_1$ = 9 triangles

Figure 2 : 6 carreaux :
6×2
$= 12$
$_2$ = 12 triangles

Figure 3 : 9 carreaux :
9×2
$= 18$
$_3$ = 18 triangles

3. Correspondances des unités d'aire

Un carré de 1 cm de côté a une aire de 1 cm².
Un carré de 1 mm de côté a une aire de 1 mm².
Dans un carré de 1 cm de côté, on peut placer 10 × 10 = **100** carrés de 1 mm de côté.



Propriété
1 cm² = 100 mm². Plus généralement, pour passer d'une unité d'aire à l'unité immédiatement inférieure, on **multiplie par 100** : entre deux unités d'aire consécutives, il y a « **deux rangs de décalage** ».

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
1 km² = 100 hm²	1 hm² = 100 dam²	1 dam² = 100 m²	**1 m²**	1 dm² = 0,01 m²	1 cm² = 0,01 dm²	1 mm² = 0,01 cm²

Exemples : effectuer les conversions suivantes à l'aide d'un **tableau de conversion à double colonne** (chaque unité d'aire occupe deux colonnes).

a) 1 cm² : 1 cm² = **100 mm²**

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
											1	0	0

b) 3,4 m² : 3,4 m² = **34 000 cm²**

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
							3	4	0	0	0,		

c) 81,3 km² : 81,3 km² = **813 000 dam²**

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
8	1	3	0	0	0,								

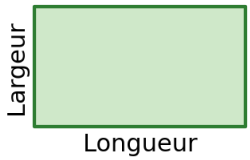
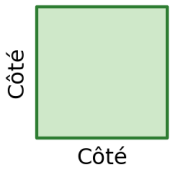
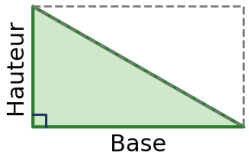
d) 6,21 cm² : 6,21 cm² = **0,062 1 dm²**

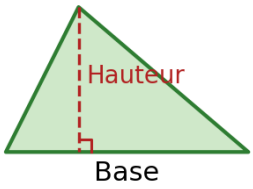
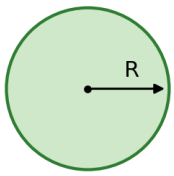
km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
									0,	0	6	2	1

Méthode : on place le chiffre des unités du nombre de départ dans la **colonne de droite** de son unité, puis on déplace la virgule dans la colonne de droite de l'unité d'arrivée (virgule en rouge) en complétant par des zéros si nécessaire.

Entraîne-toi avec le tableau interactif de Mathix : https://mathix.org/conversion/

Partie 2 : calculer des aires

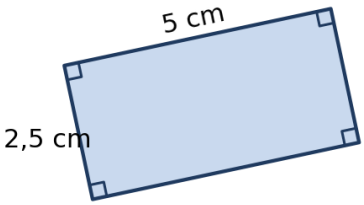
Rectangle	Carré	Triangle rectangle
		
$\mathcal{A}$ = Longueur × Largeur	$\mathcal{A}$ = Côté × Côté	$\mathcal{A} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$
		C'est la **moitié** d'un rectangle.

Triangle quelconque	Disque de rayon R	À retenir
		Une aire s'exprime dans une **unité d'aire** (mm², cm², m²…).
$\mathcal{A} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$	$\mathcal{A} = \pi \times R \times R = \pi \times R^2$	Avant de calculer, on vérifie que toutes les longueurs sont dans la **même unité**.
La hauteur est **perpendiculaire** à la base.	Valeur approchée : $\pi \approx 3{,}14$	

Document disponible sur fbmaths16.fr / Licence Creative Commons CC BY-NC-SA

Exemple : calculer l'aire des figures suivantes.

a)



Aire du rectangle :

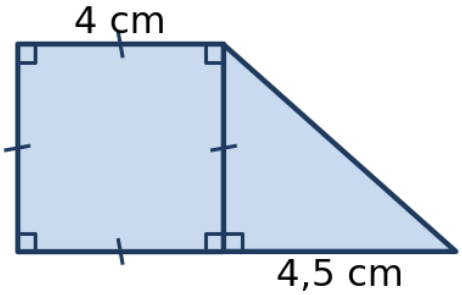
Longueur × Largeur

= 5 × 2,5

= 12,5

L'aire du rectangle est 12,5 cm².

b)



Aire du carré :

Côté × Côté

= 4 × 4

= 16

soit 16 cm²

Aire du triangle :

$$\frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$= \frac{4{,}5 \times 4}{2}$$

$$= \frac{18}{2}$$

= 9

soit 9 cm²

Aire de la figure complète :

Aire du carré + Aire du triangle

= 16 + 9

= 25

L'aire de la figure complète vaut 25 cm².

Document disponible sur fbmaths16.fr / Licence Creative Commons CC BY-NC-SA