

Remédiation — Trouver le PPCM de deux nombres

Les fractions · Remédiation

Définition

Un **multiple** d'un nombre entier a est un nombre de la forme $a \times k$, où k est un nombre entier.
Exemple : 6, 12, 18, 24... sont des multiples de 6.

Le **PPCM** de deux nombres entiers non nuls a et b est leur **Plus Petit Multiple Commun** (non nul). On le note $\text{PPCM}(a ; b)$.

À quoi sert-il ? Avec les fractions, le PPCM des dénominateurs est le **plus petit dénominateur commun** : il permet d'additionner, de soustraire ou de comparer des fractions en gardant des nombres les plus petits possible.

Méthode — le tableau des multiples

1. On écrit sur une ligne les premiers multiples du premier nombre (on multiplie par 1, 2, 3, ...).
2. On écrit sur une deuxième ligne les premiers multiples du second nombre.
3. On repère les nombres présents sur les deux lignes : ce sont des multiples communs.
4. Le plus petit d'entre eux est le PPCM : on l'entoure.

Exemple 1 — Trouver PPCM(6 ; 8)

$\times k \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8
Multiples de 6	6	12	18	24	30	36	42	48
Multiples de 8	8	16	24	32	40	48	56	64

Les multiples communs visibles sont 24 et 48 (en gris). Le plus petit est 24 : **PPCM(6 ; 8) = 24**. (48 est aussi un multiple commun, mais ce n'est pas le plus petit.)

Exemple 2 — Trouver PPCM(4 ; 12)

$\times k \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8
Multiples de 4	4	8	12	16	20	24	28	32
Multiples de 12	12	24	36	48	60	72	84	96

Le premier multiple commun est 12 : **PPCM(4 ; 12) = 12**. **Cas particulier** : 12 est lui-même un multiple de 4 ($12 = 4 \times 3$) ; quand un nombre est multiple de l'autre, le PPCM est le plus grand des deux.

Astuce et application aux fractions

Astuce : on peut écrire seulement les multiples du plus grand nombre et s'arrêter au premier qui est aussi multiple du plus petit. Pour 6 et 8 : 8 (non), 16 (non), 24 = 6 × 4 (oui) → 24.

Exemple : $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$

$$= \frac{5 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} \quad \text{PPCM}(6 ; 8) = 24$$

$$= \frac{20}{24} + \frac{9}{24}$$

$$= \frac{29}{24}$$

Exercice 1 — Appliquer la méthode

Partie A : compléter les tableaux des multiples, entourer le PPCM puis compléter la phrase. Partie B : construire soi-même un tableau des multiples sur le cahier.

Partie A — tableaux guidés

a) Trouver PPCM(4 ; 6)

× k →	1	2	3	4	5	6	7	8
Multiples de 4	4	8						
Multiples de 6	6	12						

PPCM(4 ; 6) =

b) Trouver PPCM(9 ; 12)

× k →	1	2	3	4	5	6	7	8
Multiples de 9	9	18						
Multiples de 12	12	24						

PPCM(9 ; 12) =

c) Trouver PPCM(10 ; 15)

× k →	1	2	3	4	5	6	7	8
Multiples de 10	10	20						
Multiples de 15	15	30						

PPCM(10 ; 15) =

Partie B — sans aide

d) PPCM(3 ; 5) =

e) PPCM(8 ; 12) =

f) PPCM(6 ; 9) =

g) PPCM(5 ; 20) =

h) PPCM(14 ; 21) =

i) PPCM(12 ; 18) =

Exercice 2 — À quoi sert le PPCM ? Problèmes

★ *j'applique* ★★ *je pose un raisonnement dans des cas simples* ★★★ *je repousse mes limites*

★ Problème 1 — Les deux bus

J'applique

Deux bus partent ensemble de la gare à 7 h 00. Le bus A repasse à la gare toutes les 12 minutes, le bus B toutes les 18 minutes.

À quelle heure les deux bus repartiront-ils de nouveau ensemble pour la première fois ?

★★ Problème 2 — La fête de la classe

Je pose un raisonnement dans des cas simples

Pour la fête de la classe, on achète des gobelets vendus par paquets de 8 et des assiettes vendues par paquets de 6. On veut exactement autant de gobelets que d'assiettes, et le moins possible.

- 1) Combien de gobelets et d'assiettes faut-il acheter ?
- 2) Combien de paquets de chaque sorte cela représente-t-il ?

★★★ Problème 3 — Le carrelage

Je repousse mes limites

Un artisan dispose de carreaux rectangulaires de 15 cm sur 20 cm. Il veut les assembler, tous posés dans le même sens et sans les couper, pour former un carré le plus petit possible.

- 1) Quelle est la longueur du côté de ce carré ?
- 2) Combien de carreaux faut-il ?