

Nombres relatifs : addition et soustraction

1. Définition des nombres relatifs

Un nombre relatif est un nombre formé de deux éléments : un signe, + (positif) ou – (négatif), et une distance à zéro, appelée partie numérique du nombre ou distance à zéro.

Un nombre précédé du signe + est un nombre positif ; un nombre précédé du signe – est un nombre négatif. Le nombre 0 est un cas particulier : c'est le seul nombre relatif à la fois positif et négatif, et il s'écrit sans signe.

Définition

Un nombre relatif est composé d'un signe (+ ou –) et d'une distance à zéro (ou partie numérique).

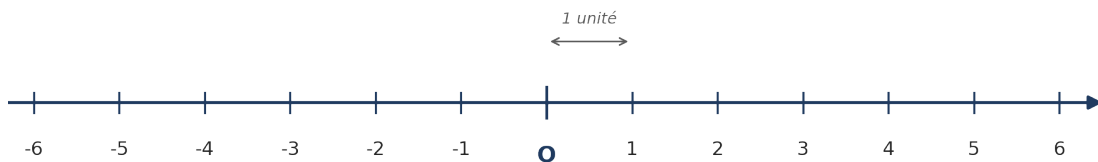
Exemple : voici quatre nombres relatifs. $+3$; -7 ; $+4,5$; -12

2. Représentation des nombres relatifs

a. Sur une droite graduée : abscisse d'un point

Une droite graduée est une droite sur laquelle on a choisi une origine (le point d'abscisse 0), un sens de parcours (indiqué par une flèche) et une unité de longueur.

Chaque point de la droite est repéré par un nombre relatif appelé son abscisse. L'abscisse du point M se note x_M ; on note aussi $M(x_M)$ pour indiquer que M est le point d'abscisse x_M .



Droite graduée – placer les points A(-4) B(+2)

Définition — abscisse

Sur une droite graduée, l'abscisse d'un point est le nombre relatif qui lui est associé.

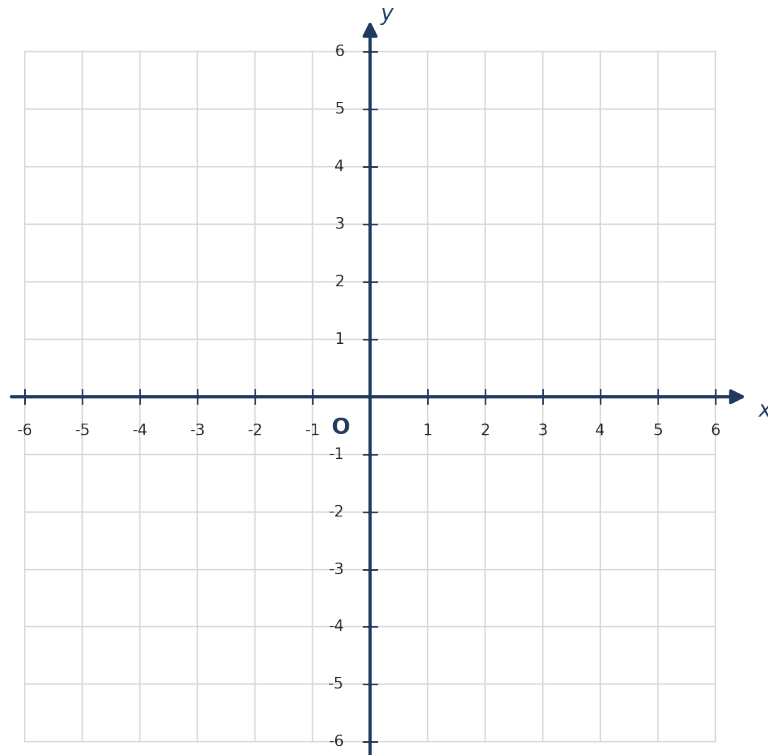
b. Généralisation au plan : coordonnées d'un point dans un repère orthonormé

On généralise le repérage à tout le plan à l'aide de deux droites graduées perpendiculaires, sécantes en un point O appelé origine : on obtient un repère du plan, souvent noté (O ; I, J).

Remarque : Lorsque l'unité de longueur est la même sur les deux axes, ce repère est dit “orthonormé”.

L'axe horizontal est appelé **axe des abscisses**, l'axe vertical est appelé **axe des ordonnées**.

Chaque point M du plan est alors repéré par un couple de nombres relatifs $(x_M; y_M)$, appelé les **coordonnées de M** : x_M est l'abscisse de M et y_M est son ordonnée.



Repère orthonormé vierge — Placer les points $A(3;4)$ $B(-5;3)$ $C(3,5; -3)$

Définition — coordonnées

Dans un repère orthonormé, les coordonnées d'un point sont le couple formé par son abscisse et son ordonnée.

3. Addition de deux nombres relatifs

Pour additionner deux nombres relatifs, on distingue deux cas, selon que les deux nombres ont le même signe ou des signes contraires. On n'effectue aucune simplification d'écriture : chaque nombre relatif reste entre parenthèses.

Règle 1 — nombres de même signe

Si les deux nombres ont le même signe, on additionne leurs distances à zéro (valeurs absolues) et on garde le signe commun.

Exemples : $(+4) + (+9) = +13$ $(-5) + (-7) = -12$

Règle 2 — nombres de signes contraires

Si les deux nombres ont des signes contraires, on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande, et on garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

Exemples : $(+10)+(-4)=+6$ $(-8)+(+3)=-5$

Organisation d'un calcul comportant plusieurs termes

Lorsqu'une somme comporte plusieurs termes, l'addition étant commutative et associative, on peut regrouper séparément les termes positifs et les termes négatifs, puis appliquer les règles précédentes.

$$\begin{aligned} & (+5)+(-9)+(+6)+(-4) \\ &= (+5)+(+6)+(-9)+(-4) \text{ (on regroupe les positifs, puis les négatifs)} \\ &= (+11)+(-13) \\ &= -2 \end{aligned}$$

4. Soustraction de deux nombres relatifs

“Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé”, c'est-à-dire le nombre de même distance à zéro mais de signe contraire.

Règle

$a - b = a + (-b)$ où l'opposé de b s'écrit $-b$ (même distance à zéro, signe contraire).

Exemples :

$$\begin{aligned} (+8) - (+3) &= (+8) + (-3) = +5 \\ (-6) - (-10) &= (-6) + (+10) = +4 \\ (+2) - (-7) &= (+2) + (+7) = +9 \end{aligned}$$

5. Simplifier une expression (règle des signes)

Lorsqu'un signe d'opération est directement suivi d'un signe de nombre relatif entre parenthèses, on peut simplifier l'écriture grâce à la règle des signes suivante.

$+(+a)$	=	$+a$
$- (+a)$	=	$-a$

$+(-a)$	=	$-a$
$-(-a)$	=	$+a$

Deux signes identiques qui se suivent deviennent + ; deux signes différents qui se suivent deviennent -.

Exemple : simplifier puis calculer

$$\begin{aligned} & (+3)+(-5)-(-7)+(-2) \\ &= 3-5+7-2 \text{ (écriture simplifiée)} \\ &= 3 \end{aligned}$$